



TITLE:

有理曲線の輪を含むVII-曲面について

AUTHOR(S):

榎, 一郎

CITATION:

榎, 一郎. 有理曲線の輪を含むVII-曲面について. 代数幾何学シンポジウム記録 1981, 1981: 54-83

ISSUE DATE:

1981

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/212607>

RIGHT:

有理曲線の輪を含む V_{10} -曲面について

榎 一郎 (上智大 理工)

§1. Introduction

コンパクト連結な2次元の複素多様体を単に曲面と呼ぶ。 V_{10} -曲面とは、 $b_1=1$ の極小曲面のこと、すなわち、小平の曲面の分類表 [6, I, IV] において、その構造の標が空標、"?" となっている唯一の曲面のことである。例え、次のようにさまざまなものが知られている:

- 0) \mathbb{P}^2 上の橋田曲面 (の一部) } $[6, II]^*$
 - 1) Hopf 曲面
 - 2) 曲線なしの井上曲面 (三種類) $[7]^*$
 - 3) 放物型井上曲面 $[8], [3 II], [2]^*$
 - 4) Hilbert モーヌーラ型井上曲面 $[8, II], [9]^*$
- (それぞれ, $[]^*$ において特徴付けが与えられる)

ている。) 一方, 加藤 [3, I] は 次のような概念を導入した。

定義 十分小さい $\varepsilon > 0$ に対して,

$$\Omega = \{z = (z_1, \dots, z_n) \in \mathbb{C}^n \mid 1 - \varepsilon < \sum_{i=1}^n |z_i|^2 < 1 + \varepsilon\}$$

と置く。連結コンパクトな n 次元複素多様体 X に対し, 正則な包含写像 $\varepsilon: \Omega \hookrightarrow X$ があって, $X - \varepsilon(\Omega)$ が連結となるとき, $\varepsilon(\Omega)$ を X の GSS (global spherical shell) といい。

上にあげた例のうち, $\pi_1 \cong \mathbb{Z}$ の Hopf 曲面, 故物型井上曲面, Hilbert ^{モジュラー} 型井上曲面は GSS を含む。さらに別の π_1 -曲面が, GSS を含む曲面として構成できる [3, II] [1] (§5 を見よ)。現在 (1981 年末) 知られている $b_2 > 0$ の π_1 -曲面の例は, GSS を含むものでつぎている。

ここでは, GSS の存在定理への第一歩として, 次の定理とその応用について述べる。

定理 1. GSS を含む曲面の任意の変形は, 再び, GSS を含む。

実際, これは, 弱い形ではあるが, 一種の存在定理であって, 次の定理の証明に応用

できる。

定理 2 [9]. S を $b_2 > 0$ の \mathbb{P}^1 -曲面とする。このとき, S 上の曲線 C で $b_1(C) \geq 2$ となるものがあれば, S は GSS を含む。

上の定理において, C は連結でなくてもよい。一般に, $b_2 > 0$ の \mathbb{P}^1 -曲面上の曲線は $3 \geq b_1 \geq 0$ を満たす。 $b_2 = 0$ で曲線を含む \mathbb{P}^1 -曲面は既に決定されている (§ 2, § 3 の事実を見よ)。

§ 2. \mathbb{P}^1 -曲面上の曲線

S を \mathbb{P}^1 -曲面, C を S 上の任意の曲線とする。

S の代数次元が 1 なら, S は楕円曲面で, $b_2(S) = 0$, C の連結成分は全て (非特異) 楕円曲線 [5, II].

S の代数次元が 0 なら, [5, I; TR. 5.1] の証明から, C の仮想種数 $\pi(C)$ に関して次がわかる:

$$1) \quad \pi(C) \leq g(S) - p_g(S) + 1 = 2$$

さらに, S の m 次不分岐被覆 (これも代数次元 0 の \mathbb{P}^1 -曲面) を考えて ($m \geq 3$), 1) を用いると次がわかる。

2) C は正規交叉, 各既約成分は, 非特異有理曲線, 通常二重点をもつ有理曲線もしくは非特異楕円曲線のいずれか。

3) $b_1(C) \neq 0$ なら, C は $H_1(S, \mathbb{R}) \cong \mathbb{R}$ の生成元を代表するループを含む。

§3. 楕円曲線を含む \mathbb{P}^2 -曲面

[6, II] と [2] の結果をあわせると, 次のようになる。

事実. 自己交点数 0 の因子 ($\neq 0$) をもつ \mathbb{P}^2 -曲面は, 楕円曲面, Hopf 曲面, 放物型井上曲面に限る。

この節では, これを用いて, 次を示す (筆者には, 中村郁夫 によって指摘された)。

命題. 楕円曲線を含む \mathbb{P}^2 -曲面は, 楕円曲面, Hopf 曲面, 放物型井上曲面のいずれか。

注意. 全ての楕円曲面, Hopf 曲面は楕円曲線を含む。しかし, 放物型井上曲面 $S_{m,d,t}$ (記号は [2] のもの, とくに $t \in \mathbb{Q}^n$) は, $t=0$ のとき楕円曲線を含むが, $t \neq 0$ のときは楕円曲線を含まない。

まず、次を示す。

井上の補題. S を楕円曲線 E を含む $b_1(S)=1$ の曲面とすると、 S 上の自明でない直線束 F で

$c_1(F)_{\mathbb{R}} = 0$, $F|_E$ は自明
となるものがある。

⊙ 完全列 $0 \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}^* \rightarrow 0$ から、図式

$$\begin{array}{ccccccc}
 0 & \rightarrow & H^1(S, \mathbb{Z}) & \rightarrow & H^1(S, \mathbb{C}) & \rightarrow & H^1(S, \mathbb{C}^*) \\
 & & \parallel & & \parallel & & \downarrow r \\
 & & \mathbb{Z} & & \mathbb{C} & & H^1(E, \mathbb{C}^*) \cong E
 \end{array}$$

をえる、ただし r は制限写像。この図式において、群は全て複素 Lie 群、写像は全て Lie 群の準同型になっている。(したがって $H^1(S, \mathbb{C}^*)$ は \mathbb{C}^* を Lie 部分群を含む。よって $\text{Ker}(r) \neq \{0\}$. $\text{Ker}(r) - \{0\}$ の元が求める F を定める。

命題の証明. S を \mathbb{P}_0 -曲面, $E \subset S$ を楕円曲線, F を井上の補題による S 上の直線束, K を S の標準直線束とする。完全列 $0 \rightarrow \mathcal{O}(F-E) \rightarrow \mathcal{O}(F) \rightarrow \mathcal{O}_E \rightarrow 0$ から導かれるコホモロジー群の長完全列を考える。 S は \mathbb{P}_0 なので, $\chi(S, \mathcal{O}(F)) = \chi(S, \mathcal{O}) = 0$ ([6 II]). よって次のいずれかがおこることがわかる。

i) $H^0(S, \mathcal{O}(F)) \neq 0$

$$ii) \begin{cases} H^2(S, \mathcal{O}(F-E)) \cong H^0(S, \mathcal{O}(K-F+E)) \neq 0 \\ H^2(S, \mathcal{O}(F)) \cong H^0(S, \mathcal{O}(K-F)) = 0 \end{cases}$$

i) このとき, 因子 D により $F = [D]$ とかける. $F \neq 0$ なので, $D \neq 0$. $c_1(F)_{\mathbb{R}} = 0$ なので, $D^2 = 0$. よって, 命題は, 事実 から従う.

ii) S は \mathbb{P}^2 なので, 任意の因子 Δ に対し, $\Delta^2 \leq 0$ である ([6, II]). さて 因子 $D = \sum m_\nu \mathcal{C}_\nu$ により $K-F+E = [D]$ とかく. ただし $m_\nu \geq 0$, 各 \mathcal{C}_ν は 既約曲線 とする. 事実により, $\mathcal{C}_\nu^2 < 0$ の場合を調べればよい. \mathcal{C}_ν は 第一種例外曲線 ではないので, $K \cdot \mathcal{C}_\nu \geq 0$. II) の 2 つ目の条件が $\mathcal{C}_\nu \neq E$. よって,

$$0 \geq D^2 = \sum m_\nu \{ K \cdot \mathcal{C}_\nu + E \cdot \mathcal{C}_\nu \} \geq 0.$$

すなわち $D^2 = 0$.

$D \neq 0$ なる 命題は 事実 から従う.

$D = 0$ のときは, $K = F - E$. そこで 完全列

$$0 \rightarrow \mathcal{O}(-F-E) \rightarrow \mathcal{O}(-F) \rightarrow \mathcal{O}_E \rightarrow 0$$

から導かれる コホモロジー群 の 長完全列 を考えると, $H^1(S, \mathcal{O}(-F)) = 0$ により, 次の 1) が成り立つことがわかる.

$$ii-a) \quad H^0(S, \mathcal{O}(-F)) \neq 0$$

$$ii-b) \quad H^2(S, \mathcal{O}(-F-E)) \cong H^0(S, \mathcal{O}(2F)) \neq 0.$$

いずれの場合も, i) のときと同じ理由により, 命題は 事実 から従う.

§4 $b_1 \geq 2$ の曲線を含む \mathbb{P}^2 -曲面 — 定理2の証明

定理1を仮定して, 定理2を証明する. S を定理2の仮定を満たす \mathbb{P}^2 -曲面とする. §2と§3の結果から, 次の条件 I), II) を満たす場合のみを考えればよい.

I) S は有理曲線からなる2つのひげなしの車輪, C_1, C_2 , $C_1 \cap C_2 = \emptyset$, を含む. $C = C_1 \cup C_2$ とかく.

II) S 上の任意の曲線の交点行列は負定値.

K を S の標準直線束とする. 次から始める.

Step 1 (#上). $K = [-C_1 - C_2]$.

☺ まず $H^0(S, \mathcal{O}(K+C)) \neq 0$ を示す. $=0$ とせば, $\chi(S) = 1$ なので, 完全列

$$0 \rightarrow \mathcal{O}(K) \rightarrow \mathcal{O}(K+C) \rightarrow \mathcal{O}_C(K+C) \rightarrow 0$$

から導かれるコホモロジ一群の長完全列を考えると,

$$H^0(C, \mathcal{O}_C(K+C)) \cong H^0(C_1, \mathcal{O}_{C_1}(K+C_1)) \oplus H^0(C_2, \mathcal{O}_{C_2}(K+C_2)) \cong \mathbb{C}.$$

よって (必要なら, 番号をうけかえて) $H^0(C_1, \mathcal{O}_{C_1}(K+C_1)) = 0$. 一方,

仮定により, $H^0(S, \mathcal{O}(K+C_1)) = 0$ なので, 完全列

$$0 \rightarrow \mathcal{O}(K) \rightarrow \mathcal{O}(K+C_1) \rightarrow \mathcal{O}_{C_1}(K+C_1) \rightarrow 0$$

から導かれるコホモロジー群の長完全列を考えると、矛盾が生いることがわかる。

因子 $D = \sum m_i \mathcal{O}_i$ において, $K+C = [D]$ とかく, ただし \mathcal{O}_i は既約, $m_i \geq 0$. 条件 I) II) を用いると $(K+C) \cdot \mathcal{O}_i \geq 0$ がわかる. こゝから $D^2 \geq 0$ が従い, 条件 II) により, $D=0$. 結局, $K+C=0$, すなわち, $K=-C_1-C_2$.

Step 2 . . . 任意の m に対し, $H^0(S, \Omega^1(mC_1)) = 0$.

⊙ $\eta \in H^0(S, \Omega^1(mC_1))$ を任意にとる. $b_2 > 0$ なので, S 上の有理函数は定数のみ. ゆえに, Step 1 を用いて,

$$H^0(S, \Omega^2((m+1)C_1)) \cong H^0(S, \mathcal{O}((mC_1 - C_2))) = 0.$$

従って, $d\eta = 0$ となり, 表現

$$\mu: H_1(S-C_1, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{C}, \quad \mu([\gamma]) = \int_{\gamma} \eta$$

が定まる. ここで, C_1 の交点行列は負定値なので, $H_1(S-C_1, \mathbb{R}) = H_1(S, \mathbb{R}) = \mathbb{R}$ となる. さらに, §2 の 3) により, C_2 は $H_1(S-C_1, \mathbb{R})$ の生成元を代表するループ γ_0 を含む. 一方, η は C_2 上正則で, C_2 は有理曲線からなるので, $\int_{\gamma_0} \eta = 0$. 結局 $\mu = 0$.

$\mu = 0$ により, $f(x) = \int^x \eta$ は $S-C_1$ 上の一価な正則函数を定める. C_1 の交点行列は負定値なので, f は S まで正則に拡張される. 従って f は定数, すなわち, $\eta = 0$.

$\mathcal{S} = \{S_t\}_{t \in T}$, $S_0 = S$, を S の変形の完備な複素解析族とする。

Step 3. S の微小変形 S_t で 橋田曲線をもつものがある。

⊙ M を C_1 の近傍とする。 C_1 の交点行列は負定値なので, M において, C_1 を一点につぶしたものは Stem 空間になるとして, $m > 0$ に対して, 完全列

$$0 \rightarrow \mathcal{O}(-mC_1) \rightarrow \mathcal{O} \rightarrow \mathcal{O}|_{mC_1} \rightarrow 0$$

からのコホモロジー群の完全列を考える。 M は 2次元強擬凸なので, $H^2(M, \mathcal{O}(-mC_1)) = 0$. Rossi の結果から, $m > 0$ を適当にとれば, 制限によって同型 $H^1(M, \mathcal{O}) \cong H^1(C_1, \mathcal{O}|_{mC_1})$ をえる。一方, Step 1, 2 により,

$$H^2(S, \mathcal{O}(-mC_1)) \cong H^0(S, \Omega^2((m-1)C_1 - C_2)) = 0.$$

結局, 上とあわせて,

$$(\star) \quad \begin{cases} H^2(S, \mathcal{O}) = H^2(M, \mathcal{O}) = 0, \\ H^1(S, \mathcal{O}) \rightarrow H^1(M, \mathcal{O}) \text{ は全射.} \end{cases}$$

さて, 2次元強擬凸な様体の変形に関しては, 小平-Spencer 型の定理が成り立つので, (\star) により, \mathcal{S} は, C_1 の近傍の全ての変形を実現していることがわかる[11]. 一方, 交点行列負定値の有理曲線の射影の近傍の微小変形で, 橋田曲線をもつものの存在は知られていた (Karnas).

Step 4. S_t は, Hopf 曲面が放物型井上曲面の blow-up.

☹ Step 1 により, S の 12-種数 $P_{12}(S) = 0$. よって, その微小変形 S_t に対しても, $P_{12}(S_t) = 0$. すなわち, もし S_t が楕円曲面なら, S_t は Hopf 曲面の blow-up となる [6, II]. ゆえに Step 3 と §4 の命題から Step 4 が従う.

Step 5. $\pi_1(S) \cong \pi_1(S_t) \cong \mathbb{Z}$.

☹ $\pi: \tilde{S} \rightarrow S$ を普遍被覆とし, $\pi_1(S)$ は被覆変換群と同視する. §2 の 3) により, 各 $\pi^{-1}(C_i)$ の連結成分は, 有理曲線からなる鎖である. 一方, $b_1(S) = 1$ なので, $\pi^{-1}(C_i)$ は, 有限個の連結成分からなる. また, $g \in \pi_1(S)$ は, $g \neq \text{id}$ なる固定点をもたない. よって, $g|_{\pi^{-1}(C)} = \text{id}$ なら $g = \text{id}$ である. 以上より,

$G = \{g \in \pi_1(S) \mid g \text{ は } \pi^{-1}(C) \text{ の各連結成分を同じ成分に写す}\}$
は $\pi_1(S)$ の, 指数有限の正規部分群となる. $S' = \tilde{S}/G$ は, S の有限次不分枝被覆で, 代数次元 0 の \mathbb{P}^1 -曲面であるから, S' に含まれる有理曲線の数 n は高々 2 (§2, 1)). 結局, 各 $\pi^{-1}(C_i)$ は連結で, $\pi_1(S) \subset \mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ となった. さらに $b_1(S) = 1$ なので, $\pi_1(S) \cong \mathbb{Z}$.

これで, 定理 1 が応用できる.

最後の Step S は GSS を含む.

☹ $\pi_1 \cong \mathbb{Z}$ の Hopf 曲面と, 放物型井上曲面は GSS を

含む (c.f. §5). GSS を含む曲面の blow-up も GSS を含む。
 よって, Step 4 と Step 5 により, S_t は GSS を含む。定理 1 に
 より, その変形, S も GSS を含む。

§5. GSS を含む曲面, I

GSS を含む曲面は 全て 次のようにして構成で
 きる。 $z = (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$ に対して, $|z| = \sqrt{|z_1|^2 + |z_2|^2}$ とかく。

$$\textcircled{1} \quad B = \{z \in \mathbb{C}^2 \mid |z| < 1 + \varepsilon\} \quad (\varepsilon > 0)$$

$$\Omega = \{z \in \mathbb{C}^2 \mid 1 - \varepsilon < |z| < 1 + \varepsilon\}$$

と置く。 B から, $B - \overline{\Omega}$ (の total transform) 上の点の m
 回 blow-up したものを Z とする。 $\Omega \subset Z$ とみなす。

② $Z - \overline{\Omega}$ の一点をとり, その点のまわりの座標近
 傍 (U, w) を適当にとり,

$$B' = \{w \in U \mid |w| < 1 + \varepsilon\} \subset U \subset Z - \overline{\Omega}$$

$$\Omega' = \{w \in U \mid 1 - \varepsilon < |w| < 1 + \varepsilon\}$$

$$N' = B' - \Omega'$$

とする

③ $\sqrt{\text{全射}}$ 双正則写像 $\zeta: B \rightarrow B'$ を適当にとる。

$Z-N'$ において, 各 $\alpha \in \Omega$ と $\zeta(\alpha) \in \Omega'$ とを同一視したものを S とすると, S は $\pi_1(S) \cong \mathbb{Z}$, $b_2(S) = n$ の曲面となる。 Z において $\bar{\Omega} \cap \Omega' = \emptyset$ なので, $\Omega \subset S$ とみなせる。さらに $S - \Omega = Z - \Omega \cup B'$ は連結なので, Ω は S の GSS である。

さらに具体的に見よう (cf. [1], [3], [8], [9]). B から Z を与える blow-up の過程を

$$B = W_0 \xleftarrow{\sigma_1} W_1 \xleftarrow{\sigma_2} \cdots \xleftarrow{\sigma_{m-1}} W_{m-1} \xleftarrow{\sigma_m} W_m = Z$$

とかく。ここで, σ_i は点 $p_i \in W_{i-1}$ における blow-up とし, $C_i = \sigma_i^{-1}(p_i)$ とする。proper transform には同じ記号をあたえる。 $\lambda: Z - N' \rightarrow S$ を自然な射影とすると, 各 C_i に対して, S 上の有理曲線 \mathcal{H}_i があって,

$$\lambda(C_i \cap Z - N') \subset \mathcal{H}_i \quad i=1, 2, \dots, m$$

となる。また S 上の有理曲線は, これら $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \dots, \mathcal{H}_m$ に限る。

さて,

$$C_{j-m} = \zeta^{-1}(C_j \cap B') \subset B$$

において, 以下

$$p_{i+1} \in C_i \quad i=0, 1, 2, \dots, m-1$$

と仮定する(これは S が極小であるための条件である)。このとき, p_{i+1} の位置には, 次の2つのタイプがある。

$$\alpha) \quad p_{i+1} \in C_i - \bigcup_{j < i} C_j$$

$$\beta) \quad p_{i+1} \in C_i \cap \bigcup_{j < i} C_j.$$

したがって、 S には 次の4つのタイプがある。

O) $n=0$, すなわち B を blow-up しないとき。

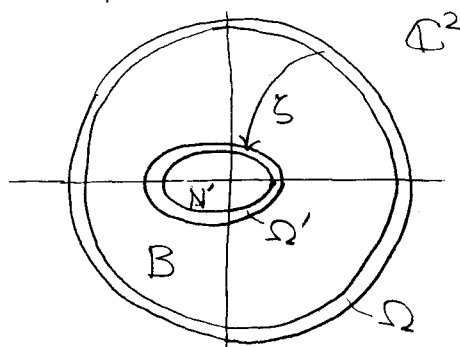
A) p_{i+1} の位置のタイプが全て α 型のとき。

B) p_{i+1} の位置のタイプが全て β 型のとき。

AB) p_{i+1} の位置のタイプに α 型, β 型の両方があるわ
るとき。

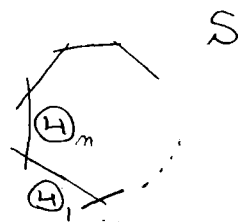
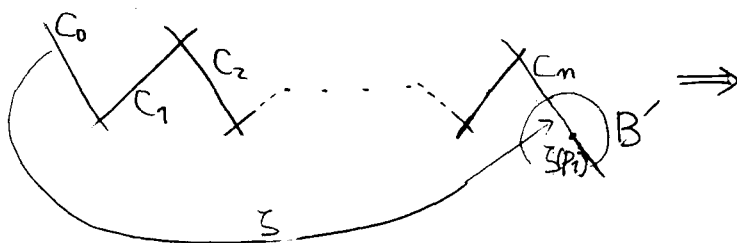
各タイプをくわしく見よう。

O) このとき S は $(\pi_1 \cong \mathbb{Z})$
の) Hopf 曲面である (右図)。



A) このとき, C_i の配

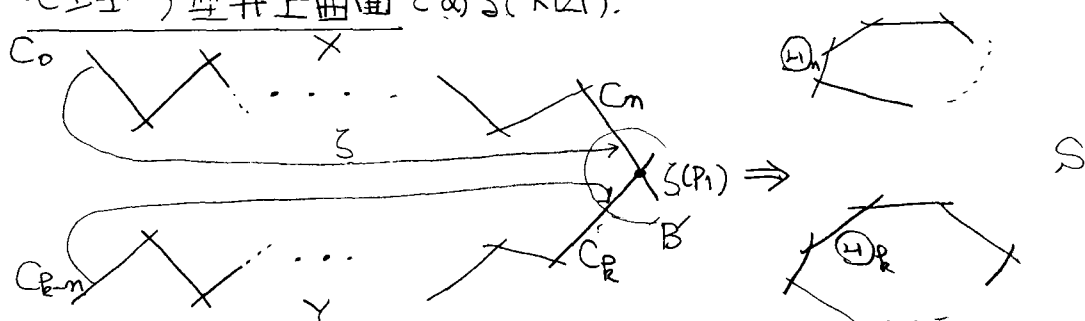
置は鎖状になる。 S 上 $\sum \Theta_i$ はひげなしの輪で、自己交点
数 $(\sum \Theta_i)^2$ は 0 (下図)。



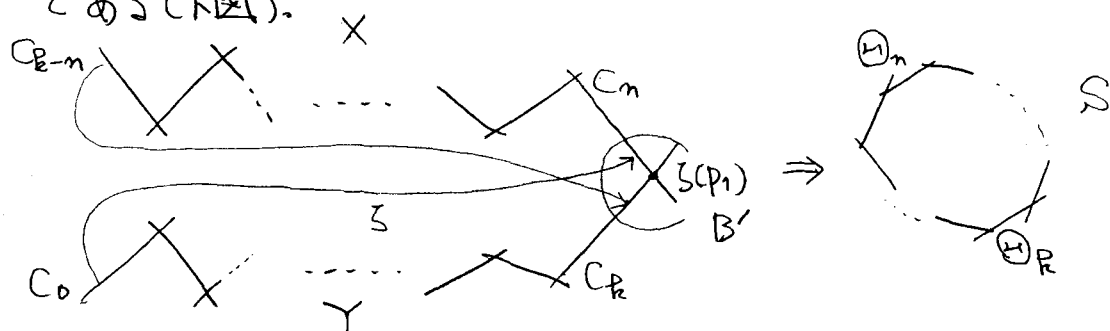
すなわち, S は 放物型井上曲面 である。

B) このとき, $\bigcup_{j \leq n} C_j \cap (Z-N)$ は 2つの連結成分 X, Y から成る. さらに2つの場合に分れる.

B₀) $\zeta(X \cap \Omega) \subset X \cap \Omega', \zeta(Y \cap \Omega) \subset Y \cap \Omega'$ となるときは, $\Sigma(4)$ は 2本の ひがな(の車輪), S は Hilbert モジュラー型井上曲面である(下図).

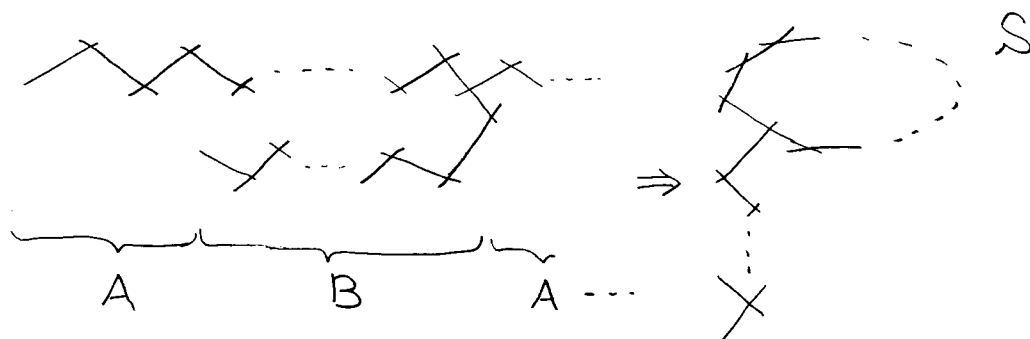


B₁) $\zeta(X \cap \Omega) \subset Y \cap \Omega', \zeta(Y \cap \Omega) \subset X \cap \Omega'$ となるときは, $\Sigma(4)$ は 1本の ひがな(の車輪)となる. S は, 自己双対 Hilbert モジュラー型井上曲面を二重被覆にもつ曲面である(下図).



AB) このとき, $\bigcup_{j \leq n} C_j$ の配置の中に A型: $\sim \sim \dots$ と B型: $\sim \dots \sim$ が交互にあふれる. したがって, $\Sigma(4)$

は、ひげつきの一本の輪となる。ひげの本数は、B型フロウの個数に等しく、各ひげは、分岐なしの鎖状である。



この S は 加藤曲面 と呼ばれる。

§6. GSSを含む曲面, II

定理 1 の証明のための準備をしておく。 S を GSS を含む曲面とする。

1) S の開被覆 $\{E_i\}_{i=1}^m$, $m \geq 3$, で次をみたすものがある。

i) E_i は $B_{i-1}^* - \overline{D_i}$ (か その blow-up)。

ここで, B_{i-1} は \mathbb{C}^2 内の有界 Stein 領域,

$\alpha_i: B_{i-1}^* \rightarrow B_{i-1}$ は一点の blow-up もしくは恒等写像

$D_i \subset B_{i-1}^*$ は, B_{i-1}^* のある座標近傍内の有界 Stein 領域,

よく、 B_0 として、球 $\{z \in \mathbb{C}^2 \mid |z| < 1\}$ をとれる。

ii) $E_j \cap E_k \neq \emptyset$ なら、 $j \equiv k \pm 1 \pmod{m}$ 。

iii) $E_i \cap E_{i+1}$ 上の正則関数は全て、 E_{i+1} 上で正則に拡張される、ただし、 $E_{m+1} = E_1$ とする。

⊙⊙ S が極小のときを示せば十分である。§5 の記号を用いる。 S は、 \mathbb{C}^2 内の球 B の m 回 blow-up

$$B = W_0 \xleftarrow{\alpha_1} W_1 \xleftarrow{\alpha_2} W_2 \leftarrow \cdots \xleftarrow{\alpha_{m-1}} W_{m-1} \xleftarrow{\alpha_m} W_m = \mathbb{C}^2$$

と、うめ返り $\zeta: B \rightarrow B' = \zeta(B) \subset \mathbb{C}^2$ から定まった。 $B_0 = B$, $D_m = B' - \overline{\Omega}'$ とする。blow-up α_{i+1} の中心を $p_{i+1} \in W_i$ として、 W_i のある座標近傍内の有界 Stein 領域 D_i, B_i を、 $p_{i+1} \in \overline{D_i} \subset B_i$ を満たすようにとる。さらに条件

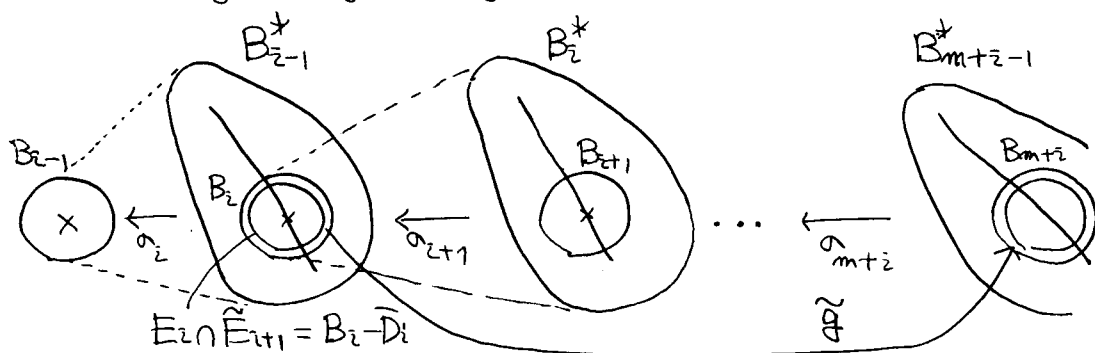
$\alpha_2 \circ \alpha_{i+1} \circ \cdots \circ \alpha_m(\zeta(p_1)) = p_i$, $\alpha_1 \circ \alpha_2 \circ \cdots \circ \alpha_m \circ \zeta(B_0) \subset B_0$ があるので、 D_i, B_i を、

$$\alpha_i(B_i) \subset D_{i-1}$$

を満たすようにとれる。この B_i, D_i から、 E_i を i) において定めれば、 $\{E_i\}$ は S の開被覆を定め、ii) を満たす。

$m \geq 3$ なら、iii) は Hartogs の定理から従う。 $m \leq 2$ のときは、さらに、 E_i を適当に分割すればよい。

とて, $\tilde{E}_j = B_{j-1}^* - \bar{D}_j$ (もしくはそのblow-up) とみなす.



i) 各 $\nu \geq 1$ に対して,

$$\alpha^{(\nu)} = \alpha_{z+1} \circ \alpha_{z+2} \circ \cdots \circ \alpha_{\nu+m+z} : \left(\bigcup_{j=z}^{\nu+m+z} \tilde{E}_j \right) \cup \bar{D}_{\nu+m+z} \rightarrow B_{z-1}^*$$

は, B_{z-1}^* の blow-up で, $\tilde{E}_z \subset B_{z-1}^*$ の拡張である。よって,
 $f = \lim_{\nu} \alpha^{(\nu)}$ とおけばよい。

ii) $\tilde{g} : \tilde{S} \rightarrow \tilde{S}$ は $\tilde{g}|_{\tilde{E}_j}$ が自然な同型 $\tilde{E}_j \rightarrow \tilde{E}_{j+m}$

となるように定める (Step 2 の図)。このとき,

$g = f \circ \tilde{g} \circ f^{-1} : B_z - \bar{D}_z \rightarrow B_z$ は正則で, B_z まで拡張される。さらに, $g(B_z) \subset \bar{D}_z \subset B_z$ となるので, g は固定点 $p_{z+1} \in \bar{D}_z$ をもつ B_z の contraction となる [3, I, Lemma 1]。

iii) S が極小の場合を考えればよい。まず $b_2(S) > 0$ とする。各 $\nu \geq 1$ に対し, $\bigcup_{j=z}^{\nu+m+z} \tilde{E}_j$ は第一種例外曲線を含まない。とくに, $a \in B_{z-1}^*$ に対して, $\alpha^{(\nu)-1}(a)$ が, 1次元なら, $\alpha^{(\mu)-1}(a)$, $\mu \geq \nu$, も 1次元となつて, $\alpha^{(\nu)-1}(a) \cap \bar{D}_{\nu+m+z} \neq \emptyset$, すなわち,

$$a \in \alpha^{(\mu)}(\bar{D}_{\mu m+i}), \quad \forall \mu \geq \nu.$$

一方, $\alpha^{(\mu)}(\bar{D}_{\mu m+i}) = g^{\mu}(\bar{D}_i)$ とかH, g は P_{i+1} の contraction なので, $a = p_{i+1}$. 結局, 各 $\alpha^{(\mu)}$ は, P_{i+1} 上の α の blow-up. とくK,

$$(B_{i-1}^* - g^{\mu}(\bar{D}_i)) \cup \{p_{i+1}\} = \alpha^{(\omega)}\left(\bigcup_{j=i}^{\mu m+i} \tilde{E}_j\right).$$

そこで, $\nu \rightarrow \infty$ とすれば, iii) が従う。

$b_2(S) = 0$ のときは, S は Hopf 曲面で, $f g^{\nu}(\bigcup_{j=i}^{\mu m+i} \tilde{E}_j)$ は, P_{i+1} の近傍から, P_{i+1} を除いたものである。

§7. GSS を含む曲面の微小変形 — 定理1の証明, I

§§7, 8 で 定理1 を証明する。この節では次を示す。

GSS を含む曲面 S の微小変形は全て GSS を含む。

まず, 第一種例外曲線は微小変形は安定なので, S は極小としてよい。以下, §6 の記号をそのまま用いる。

Step 1. i) 制限 $H^1(B_{i-1}^* - \{P_{i+1}\}, \mathbb{Q}) \hookrightarrow H^1(B_i - \{P_{i+1}\}, \mathbb{Q})$ は同型。

ii) $\sum \subset B_i$ を P_{i+1} を含む \mathbb{C}^n 実超曲面とする。

$\theta \in H^1(B_i - \{P_{i+1}\}, \mathbb{Q})$, $\omega \in H^0(B_i, \Omega^1 \otimes \Omega^2)$ に對して,

$$\langle \theta, \omega \rangle = \int_{\Sigma} \langle \varphi, \omega \rangle$$

と定義すると, これは非退化な pairing となる。ただし, φ は θ を代表する \odot -値 $C^\infty(0,1)$ -形式, $\langle \varphi, \omega \rangle$ は, φ の \odot -成分を, ω の Ω^1 -成分で値をとった $C^\infty(2,1)$ -形式。

☹ i) 局所コホモロジー群の完全列から定まる可換図式 (層 \odot は略す)

$$\begin{array}{ccccccc} H^1(B_{i-1}^*) & \longrightarrow & H^1(B_{i-1}^* - \{p_{i+1}\}) & \longrightarrow & H_{\{p_{i+1}\}}^2(B_{i-1}^*) & \longrightarrow & H^2(B_{i-1}^*) \\ \downarrow & & \downarrow r & & \downarrow e & & \downarrow \\ H^1(B_i) & \longrightarrow & H^1(B_i - \{p_{i+1}\}) & & H_{\{p_{i+1}\}}^2(B_i) & \longrightarrow & H^2(B_i) \end{array}$$

において, $B_j, j=i, i-1$, は Stein なので, $H^2(B_j) = H^2(B_j^*) = 0, j > 0$. さらに, e は切陈定理により同型なので, 制限 r も同型。

ii) \mathbb{C}^2 の座標を (z_1, z_2) とする。 $B_i \cap (\mathbb{C} \times \mathbb{C}^*)$, $B_i \cap (\mathbb{C}^* \times \mathbb{C})$ は B_i の Stein 被覆なので $\theta \in H^1(B_i - \{p_{i+1}\}, \odot)$ の Čech コホモロジーの代表は, $\sum_{i=1}^2 a_{p_i}^i \frac{1}{z_1^{p_i} z_2^{q_i}} \frac{\partial}{\partial z_2}$ とかける。ただし, $a_{p_i}^i \in \mathbb{C}, p_i \geq 1, q_i \geq 1$. もし $a_{p_i}^i \neq 0$ なら, $\omega_{p_i}^i = z_1^{p_i-1} z_2^{q_i-2} dz_1^2 \otimes (dz_1 \otimes dz_2)$ とおくと, $\langle \theta, \omega_{p_i}^i \rangle \neq 0$. すなわち, 任意の $\omega \in H^1(B_i, \Omega \otimes \Omega^2)$ に対して, $\langle \theta, \omega \rangle = 0$ なら, $\theta = 0$.

Step 2. 制限 $H^1(S, \mathcal{H}) \rightarrow H^1(E_i, \mathcal{H})$ は 0-写像.

⊙ $\theta \in H^1(S, \mathcal{H})$ を任意にとる. §6, 3) iii) によ, 図式

$$H^1(S, \mathcal{H}) \longrightarrow H^1(E_i, \mathcal{H})$$

$$\lambda^* \downarrow \quad \hookrightarrow \quad \uparrow (E_i \hookrightarrow B_{i-1}^*, \text{ による制限})$$

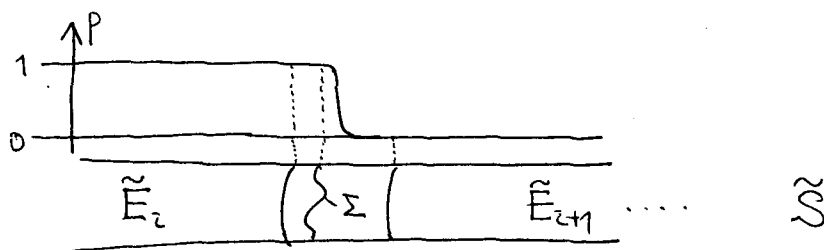
$$H^1(\tilde{S}, \mathcal{H}) \xrightarrow{f^*} H^1(B_{i-1}^* - \{P_{i+1}\}, \mathcal{H}) \longrightarrow H^1(B_i - \{P_{i+1}\}, \mathcal{H})$$

をえる. Step 1 によ, 任意の $\omega \in H^0(B_i, \Omega' \otimes \Omega')$ に対, $\langle f^* \lambda^* \theta, \omega \rangle = 0$ を示せばよい. 以下, 適当に f^*, λ^* を略す.

θ を代表する \mathcal{H} -値 $(0,1)$ -形式 ψ をとる. $\omega \in H^0(B_i, \Omega' \otimes \Omega')$ は任意とする. \tilde{S} 上の C^∞ 函数 p , $0 \leq p \leq 1$, を

$$p(x) = \begin{cases} 1 & x \in (\bigcup_{j \leq i} \tilde{E}_j) - \tilde{E}_{i+1} \\ 0 & x \in (\bigcup_{j \geq i} \tilde{E}_j) - \tilde{E}_i \end{cases}$$

と定め, 超曲面 $\Sigma \subset \tilde{E}_i \cap \tilde{E}_{i+1} (\subset B_i)$ を, $p|_\Sigma = 1$ とするよ



うにとる. すると, $\bar{\partial} p$ は, S 上の C^∞ 形式 η を定め, $\eta \wedge \omega$ は, S 上の Ω^1 -値 $C^\infty(2,1)$ 形式に拡張される. さらに,

$$d \langle \psi, p \omega \rangle = \langle \psi, \bar{\partial} p \wedge \omega \rangle$$

となるから,

$$\textcircled{\star} \quad \langle \theta, \omega \rangle = \int_{\Sigma} \langle \gamma, \omega \rangle = \int_S \langle \gamma, \gamma \wedge \omega \rangle$$

とわかる。

さて, g は p_{L+1} の contraction なので, $g_{p_{L+1}}^*$ の norm は 1 より小さい。よって $(1-g^*)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k g^*$ が p_{L+1} のまわりで定義され, p_{L+1} のまわりの Ω^1 -値正則 2-形式 ξ として

$$\textcircled{\star\star} \quad g^* \xi - \xi = \omega$$

をみたすものがある。 g が p_{L+1} の contraction なので, ξ は B_L まで $\textcircled{\star\star}$ をみたす正則 1-形式とできる。

$\tilde{E}_1 \cup \dots \cup \tilde{E}_m$ 上の Ω^1 -値 $C^{\infty}(2,0)$ -形式 $\tilde{\varphi}$,

$$\tilde{\varphi} = p \tilde{g}^* f^* \xi + (1-p) f^* \xi$$

は, S 上の Ω^1 -値 $C^{\infty}(2,0)$ -形式 φ を定める。 $\textcircled{\star\star}$ により,

$$\bar{\partial} \varphi = \gamma \wedge \omega$$

となる。 $\langle \gamma, \bar{\partial} \varphi \rangle = d \langle \gamma, \varphi \rangle$ で, γ は S 上定義されているので, $\textcircled{\star}$ により,

$$\langle \theta, \omega \rangle = \int_S \langle \gamma, \gamma \wedge \omega \rangle = \int_S d \langle \gamma, \varphi \rangle = 0.$$

最後の Step Step 2 により, $H^1(S, \mathbb{Q}) \cong \check{H}^1(\{E_i\}, \mathbb{Q})$ 。

これにより, $\theta \in H^1(S, \mathbb{Q})$ を, $\theta = \{\theta_{ij}\}$ とかくと, S の θ -方向の微小変形 S_t は, E_i と E_j のはりあわせを, θ_{ij} -方向にずらすせはえられる。 B_0 は球だったので, E_1 のうちが S_t にあっても GSS を定める。

§8. GSSを含む曲面の変形極限 — 定理1の証明, II

この節で, 次を示して, 定理1の証明を完結させる。

$\mathcal{S} = \{S_t\}_{t \in T}$ が 曲面の変形族, $\{t_j\} \subset T$ が $t_\infty \in T$ へ収束する点列で, 各 S_{t_j} は GSS を含むとき, S_{t_∞} も GSS を含む。

Step 1. S_t の 普遍被覆 を $\tilde{S}_t \rightarrow S_t$ とかいいて, $\tilde{\mathcal{S}} = \{\tilde{S}_t\}_{t \in T}$ とおく。微分同型 $S_{t_1} \times T \rightarrow \mathcal{S}$ から定まる微分同型

$$u: \tilde{S}_{t_\infty} \times T \rightarrow \tilde{\mathcal{S}}, \quad u_j: \tilde{S}_{t_\infty} \rightarrow \tilde{S}_{t_j}$$

を固定する。 Ω を S_{t_1} の GSS とすると, $\Omega \hookrightarrow S_{t_1}$ は, $\Omega \hookrightarrow \tilde{S}_{t_1}$ にも上がる。これより, u により, $\Omega \times T \hookrightarrow \tilde{\mathcal{S}}$ へ拡張される。 $\Omega \times \{t_j\} \subset \tilde{\mathcal{S}}$ を $\Omega_t \subset \tilde{S}_t$ とかく。 $\tilde{S}_t - \Omega_t$ は 2つの連結成分から成っている。

以下, "もし必要なら, 部分列をとって" は略す。

Step 2 $B = \{z \in \mathbb{C}^2 \mid |z| < 1\}$ とおく。このとき,

- ・ $\tilde{S}_{t_j} - \Omega_{t_j}$ のある連結成分 N_j ,
- ・ 正則写像 $f_j: N_j = u_{t_j}(N) \rightarrow B$,
- ・ $\tilde{\mathcal{S}} \rightarrow \mathcal{S}$ の被覆変換群 ($\cong \mathbb{Z}$) の生成元 γ
- ・ B の, $0 \in B$ への contraction g_j があって次をみたす。

- i) $\det f_{j*} \neq 0$
 ii) $\sup \{ |f'_j(x)| \mid x \in N_j \} = 1, \quad 0 \in \bigcap_{\nu \geq 0} \overline{f_j^{\nu}(N_j)}$
 iii) $f_j \circ \tilde{g} = g_j \circ f_j, \quad g_j(0) = 0.$

⊙ S_{t_j} に対して, §6の結果と記号を用いる. $\bar{\Omega}_{t_j}$ はコンパクトなので, ある ε があり, $\bar{\Omega}_{t_j} \subset \bigcup_{|k| \leq \varepsilon} \tilde{E}_k$. §6, 3) i) により, $\tilde{S}_{t_j} - \bar{\Omega}_{t_j}$ の連結成分 \tilde{N}_j と正則函数

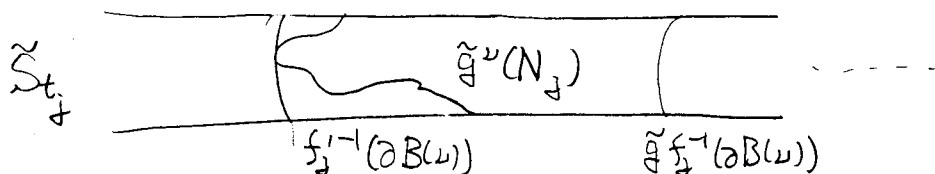
$$f_j : N_j \rightarrow B_\varepsilon \subset \mathbb{C}^2$$

がある. さらに, $\tilde{S}_{t_j} - \bar{\Omega}_{t_j}$ のある連結成分 N があり, 任意の j に対して, $N_j = u_j(N)$ と仮定できる. $\gamma \rightarrow \gamma$ の被覆変換群の生成元 γ は $\gamma(N) \subset N$ となるようにとり, §6, 3) ii) により, B_ε の contraction g_j で, $f_j \circ \tilde{g} = g_j \circ f_j$ となるものがある.

$B(\mu)$ を $p_{2+1} \in B_\varepsilon$ 中心の, 半径 r_μ ,

$$r_\mu = \sup \{ |f_j(x)| \mid x \in \tilde{g}^\nu(N_j) \},$$

の球とする. g_j は p_{2+1} の contraction なので, $\mu \geq 1$ を十分大きくとれば, $g_j(B(\mu)) \subset B(\mu)$ をみたす (すなわち $f_j^{-1}(\partial B(\mu))$ は Ω'_j に接する S_{t_j} の GSS を定める, 下図).



f_j のかわりに, $\tilde{g}^n * f_j$ を考えて, 定数倍して, $B(\omega) = B$ とみなせば, 条件を全て満たす。

$$\text{Step 3. } f = \lim_{j \rightarrow \infty} u_j * f_j : N \rightarrow B$$

$$g = \lim_{j \rightarrow \infty} g_j : B \rightarrow B$$

が存在して正則。しかも次を満たす。

$$i) \sup \{ |f(x)| \mid x \in N \} = 1, \quad 0 \in \bigcap_{n=0}^{\infty} \overline{f \tilde{g}^n(N)}.$$

$$ii) f \circ \tilde{g} = g \circ f, \quad g(0) = 0.$$

☹ St_j の複素構造が, St_∞ に収束し, $\{u_j * f_j\}$ は一様有界なので, $\{u_j * f_j\}$ は正則な f に収束する。
 $\{g_j\}$ も正則一様有界なので, 正則な g に収束する。
 よって, Step 3 i) ii) は Step ii) iii) から従う。

Step 4.

i) $g : f(N) \rightarrow f(N)$ は contraction. \angle くに, $g|_{f(N)}$ の固定点は 0 のみ。

ii) $f : N - f^{-1}(0) \rightarrow B - \{0\}$ は固有。

☹ i) $\tilde{g}(N) \subset N$ なので, $g f(N) \subset f(N)$. 座標を用いて, $f = (f^1, f^2)$ とかく。最大値の原理により,

$$\sup \{ |f^i(x)| \mid x \in \tilde{g}^n(N) \} \leq \sup \{ |f^i(x)| \mid x \in \tilde{g}^{n+1}(N) \}$$

なので, $\{\tilde{g}^n f\}_{n=1}^\infty$ は定数 $p < 1$ に収束する。Step 3 i) により, $p = 0$ 。すなわち, $g|_{f(N)}$ は 0 の contraction.

ii) 固有値はないとすると, 集積点をもたぬ点列 $\{\alpha_k\} \subset N - f^{-1}(0)$ で, $\{f(\alpha_k)\}$ は $N - f^{-1}(0)$ の点に収束するものがある。

$$\nu(k) = \max \{ \nu \mid \alpha_k \in \tilde{g}^{-\nu}(N) \}$$

とあくと, $\nu(k) \rightarrow \infty$ となる。しかし, i) により, $f(\alpha_k) \in g^{\nu(k)} f(N)$ は 0 に収束することになり矛盾。

最後の Step. S_{t_∞} は GSS を含む。

☹ S_{t_∞} は極小としてよい。いくつかの場合に分ける。

I) $\det f_* \neq 0$ かつ $0 \notin f(N)$. このとき, Step 3 i) により, $\overline{f(N)}$ は 0 の近傍を含む。よって, 適当な Stern 領域 $D(f(N))$ をとると, $f^{-1}(\partial D)$ が S_{t_∞} の GSS を定める。

II) $\det f_* \neq 0$ かつ $0 \in f(N)$.

II-1) $\det g_{t_0} \neq 0$ の場合。 g の標準形

を考え, $0 \in B$ のまわりの正則関数 w で, $g^*w = dw$, $\alpha \in \mathbb{C}^*$ をみたすものをとれる。仮定 $0 \in f(N)$ により, f^*w は零点をもつ。よって $f^*w = 0$ は, S_{t_∞} 上の因子 $D \neq 0$ で $D^2 = 0$ となるものを定める。§3 の事実により, S_{t_∞} は GSS を含む。

II-2) $\det g_{t_0} = 0$ の場合。 g が正則に拡張されるように, B を次々に blow-up する:

$$B = W_0 \xleftarrow{\alpha_1} W_1 \xleftarrow{\alpha_2} W_2 \leftarrow \cdots \leftarrow W_{k-1} \xleftarrow{\alpha_k'} W_k' \leftarrow \cdots$$

すなわち, W_1 は $p_1 = 0$ の blow-up, $C_1 = \alpha_1^{-1}(p_1)$ とすると, 仮

定により, $g: W_1 \rightarrow W_1$ と blow-up され, $g(C_1)$ は点 $p_2 \in C_1$ となるから, p_2 を blow-up し, \dots , とくりかえす。 α_i は $p_i \in W_{i-1}$ の blow-up とし, $C_i = \alpha_i^{-1}(p_i)$ とおく。 さらに

$W_\infty = \varprojlim_{i \in \mathbb{N}} (W_i - \{p_{i+1}\})$ とおく。

さて, §3 の命題により, S_{T_∞} が楕円曲線を含む場合のみを考えればよい。

主張 1 f は固有正則写像 $\tilde{f}: N \rightarrow W_\infty$ を定める

これに関する帰納法で次を示せばよい。

(*)_i $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ は 正則写像 } R_i: N \rightarrow W_i \text{ を定める。} \\ R_i: N - R_i^{-1}(p_{i+1}) \rightarrow W_i - \{p_{i+1}\} \text{ は 固有} \end{array} \right.$

実際, (*)₀ は Step 4, (i). (*)_i を仮定する。 $\tilde{C} = \{\det f_t = 0\}$ は N の一次元解析集合で, $\tilde{f}(\tilde{C}) \subset \tilde{C}$ となる。 f の固定点は 0 のみなので, $\tilde{C} = f^{-1}(0)$ 。 \tilde{C} は S_{T_∞} の曲線を定めるので, \tilde{C} は有理曲線からなる無限鎖を含む。 よって, (*)_i により, $R_{i+1}^{-1}(p_{i+2}) \subset \tilde{C}$ もそうなる。 とくに $R_{i+1}^{-1}(p_{i+2}) \neq \emptyset$ で, 一次元。 したがって, R_{i+1} は正則。 固有性は $R_i: N - R_i^{-1}(p_{i+1})$ の固有性から従う。

さらに, $g: \tilde{f}(N) \rightarrow \tilde{f}(N)$ は固定点をもたず, $\tilde{f} \circ g = g \circ \tilde{f}$ となる。
($\alpha \neq 0$)

主張 2. \tilde{f} は 高々 2 重被覆。

ある $y \in \tilde{f}(N)$ があて, $\tilde{f}^{-1}(y)$ が一次元であるとせよ。

このとき, $\tilde{f}^{-1}(y) \subset \{\det f_k = 0\} = f^{-1}(0)$. $\tilde{f}^{-1}(y)$ ^(のある連結成分が)コンパクトなら,
 $\tilde{f}^{-1}(y)$ のある既約成分が S_{t_∞} の第一種例外曲線を定めることにな
 り矛盾. $\tilde{f}^{-1}(y)$ の全ての連結成分がコンパクトでないなら,
 $\tilde{f}^{-1}(y)$ は有理曲線の無限鎖を含む. また $\{\det f_k = 0\}$ の連結
 成分の数は有限なので, ある $\nu \geq 1$ があって, $\tilde{f}^{-1}(y) \cap g^{\nu} \tilde{f}^{-1}(y) \neq \emptyset$.
 すなわち, $g \in \tilde{f}(N)$ は g の固定点となり, 矛盾.

$\tilde{f}(\partial N) \subset W_\infty$ はコンパクトなので, ε を十分大きくとれば,
 $\tilde{f}(\partial N) \subset W_\varepsilon - \{p_{l+1}\} \subset W_\infty$. そこで, p_{l+1} のまわりの座標近傍
 内の有界 Stein 領域 D ($\ni p_{l+1}$) を適当にとれば, $\tilde{f}^{-1}(\partial D)$ が,
 S_{t_∞} の GSSを定める.

III) $\det f_k \equiv 0$. このとき,

$$\inf \{ |f_j(x)| \mid x \in \partial N_j \} \rightarrow 0$$

なのだから, $0 \in \tilde{f}(N)$. Step 4 (i)により, $\tilde{f}(N) - \{0\}$ は解析
 集合. すると, $\tilde{f}^{-1}(0)$ の連結成分の数は有限個なので,
 $\tilde{f}(N)$ は B の1次元解析集合で, 0 を内点に含む. $g|_{\tilde{f}(N)}$ は
 0 での contraction なので, $\Delta = \tilde{f}(N) - \{0\} / \langle g \rangle$ は曲線で,
 f は正則写像 $S_{t_\infty} - C \rightarrow \Delta$ を定める, ただし C は $\tilde{f}^{-1}(0)$ の
 定める曲線. よって, Δ は連結非特異楕円曲線. 結局,
 f は N 上の正則函数 w で $\tilde{f}^* w = dw$, $0 < |d| < 1$, と
 なるものを定める. $w=0$ は S_{t_∞} 上の因子 $D \neq 0$ で $D^2=0$

となるものを定めるので、§3の事実により S_{∞} は GSS を含む。

§9. 定理1の高次元化について

定理1は、当然、高次元化できる。このときは、GSS よりも一般に GSPH を考える。

定義 [4]. 連結コンパクトな複素多様体 X 上のコンパクト実超曲面 Σ が、

・ X から定まる CR-構造で、強擬凸 (すなわち、 Σ の局所的な定義方程式を f とすると、 Σ の接空間上 $\partial\bar{\partial}f > 0$)、

・ $X - \Sigma$ は連結

をみたすとき、 Σ を X の GSPH (global strongly pseudo-convex Hypersurface) という。

一般に、 Σ が強擬凸で、 $\dim_{\mathbb{R}} \Sigma > 3$ なら、つねに、 Σ は Stein 空間を Bound する ($\dim_{\mathbb{R}} \Sigma = 3$ では反例がある。Stein 空間を Bound しない GSPH を含む曲面は発見されていない)。

GSPH を含む多様体 X の微小変形が、GSPH を含むを示すのはやさしい。 $\dim_{\mathbb{C}} X \geq 3$ のとき、変形極限に関しても、§8の定理1の証明が平行に高次元化できると思われる。

References

- [1] G. Blauzky, Invariants associés aux surfaces compact contenant une coquille sphérique global, preprint (1980)
- [2] I. Enoki, Surfaces of Class V_{10} with curves
Tohoku Math. J. 33 (1981) #4
- [3] Ma. Kato, Compact complex manifolds containing "global" spherical shells, I, Proc. Intl. Symp. Alg. Geometry, Kyoto 1977; II, manuscript (1978)
- [4] Ma. Kato, Compact complex manifolds containing global strongly pseudocomplex hypersurfaces
Tohoku Math. J. 31 (1979).
- [5] K. Kodaira, On compact analytic surfaces, I-III
- [6] ---, On the structure of compact analytic surfaces, I-IV
([5], [6] is Collected Works, vol. III).
- [7] M. Inoue, On surfaces of Class V_{10} , Inv. Math. 24 (1974)
- [8] ---, New surfaces with no meromorphic functions,
Proc. Int. Congress of Math. Vancouver 1974
II, Complex Analysis and Alg. Geometry, Iwanami, 1977
- [9] I. Nakamura, On surfaces of Class V_{10} , to appear